gonal- and off-diagonal matrix components with respect to Φ^{U}_{ijkl} and A^{LU}_{ijkl} and $\mathrm{X}^{\mathrm{LU}}_4$ are the matrix components connecting linked and unlinked correlation functions.

Summarizing, we approach the exact solution of the Schrödinger equation in steps where at each step we calculate the 2-, 3-, ..., n-th order correlation functions ($2 \leqq n \leqq A$) from independent equations but we do not neglect anything in the energy expression. The calculation of the n-th order function requires the knowledge only of the lower order functions. The energy is obtained as the finite sum

$$E_{\mathrm{V}} = E_{\mathrm{F}} + \sum_{n=2}^{A} \tilde{E}^{(n)} .$$

For $\tilde{E}^{(2)}$, $\tilde{E}^{(3)}$ and $\tilde{E}^{(4)}$ we gave explicit expressions; the rest can be constructed similarly. Depending on the orthogonality condition, two different formalisms can be developed. The partial orthogonality gives simpler equations but more complex energy expressions; the total orthogonality gives more complex equations but simpler energy expressions. The computed energies converge toward the exact in both cases.

Bemerkung über nicht abgeschlossene Systeme von Massenpunkten

K. O. Thielheim

Institut für Reine und Angewandte Kernphysik der Universität Kiel

(Z. Naturforsch. **24 a**, 1857 [1969]; eingegangen am 19. September 1969)

Wir gehen davon aus, daß ein (nicht relativistisches) System von Massenpunkten vorliegt, von dem jedoch nur ein (nicht abgeschlossenes) Teilsystem betrachtet wird. Wir wollen Energie, Impuls und Drehimpuls des Gesamtsystems berechnen, wobei wir uns nur auf das dynamische Verhalten des Teilsystems beziehen.

Dazu wird das Gesamtsystem durch eine Lagrange-Funktion L charakterisiert, die von den das Teilsystem kennzeichnenden Ortsvektoren $\mathfrak{r}_\alpha(t)$, $\alpha = 1, \ldots, n$, und deren Ableitungen nach der Zeit bis zur N-ten Ordnung abhängt. Die Lagrange-Funktion wird so gewählt, daß die aus dem Hamiltonschen Prinzip resultierenden Bewegungsgleichungen

$$[L]_\alpha \equiv \sum_{j=0}^{N} (-1)^j \frac{\mathrm{d}^j}{\mathrm{d}t^j} \frac{\partial L}{\partial(\mathrm{d}^j \mathfrak{r}_\alpha/\mathrm{d}t^j)} = 0 \qquad (1)$$

das dynamische Verhalten des Teilsystems beschreiben.

Bei Symmetrietransformationen wird nun in Analogie zur Theorie klassischer Felder höherer Ordnung [1] von der numerischen Invarianz des Wirkungsintegrals für beliebige Grenzen ausgegangen, so daß sich die infinitesimale Änderung von L infolge der Änderung der funktionalen Abhängigkeit von $\mathfrak{r}_\alpha$ von t wie folgt ergibt.

$$\delta_{\mathrm{F}} L = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(L\,\delta t) . \qquad (2)$$

Wenn also eine r-dimensionale Liesche Symmetriegruppe mit der Parametrisierung ε_l, $l = 1, \ldots, r$ gegeben ist, dann wird

$$\delta t = \sum_{l=1}^{r} (\delta t)_l\, \varepsilon_l \qquad \text{und} \qquad \delta_{\mathrm{F}}\, \mathfrak{r}_\alpha = \sum_{l=1}^{r} (\delta_{\mathrm{F}}\, \mathfrak{r}_\alpha)_l\, \varepsilon_l .$$

Sonderdruckanforderungen erbeten an Univ.-Doz. Dr. K. O. Thielheim, Institut für Reine und Angewandte Kernphysik der Universität Kiel, *D-2300 Kiel*, Olshausenstr. 40/60.

Für die Lösungen von (1) ergeben sich damit aus (2) nach Umformung der linken Seite die Erhaltungssätze

$$0 = \frac{\mathrm{d}}{dt}\Big\{L(\delta t)_l + \sum_{\substack{\alpha=1,n\\ j=0,N-1\\ i=0,j}} (-1)^i \frac{\mathrm{d}^{j-i}\,\delta_{\mathrm{F}}\mathfrak{r}_\alpha}{\mathrm{d}t^{j-i}} \frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}t^i} \frac{\partial L}{\partial(\mathrm{d}^{j+1}\mathfrak{r}_\alpha/\mathrm{d}t^{j+1})}\Big\}, \qquad (3)$$

oder anders geschrieben

$$0 = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Big\{L(\delta t)_l - \sum_{\substack{\alpha=1,n\\ j=1,N\\ i=0,N-j}} (-1)^j \binom{j}{i+j} \frac{\mathrm{d}^{j-1}}{\mathrm{d}t^{j-1}} \cdot \Big(\frac{\mathrm{d}^i\,\delta_{\mathrm{F}}\,\mathfrak{r}_\alpha}{\mathrm{d}t^i} \frac{\partial L}{\partial(\mathrm{d}^{j+i}\mathfrak{r}_\alpha/\mathrm{d}t^{j+i})}\Big)\Big\}. \qquad (3')$$

So ergibt sich z. B. aus der Invarianz gegen zeitliche Translation, also $\delta \mathfrak{r}_\alpha = 0$ und $\delta_{\mathrm{F}}\mathfrak{r}_\alpha = -\dot{\mathfrak{r}}_\alpha\,\delta t$, die Gesamtenergie

$$H = \sum_{\substack{\alpha=1,n\\ j=0,N-1\\ i=0,j}} (-1)^i \frac{\mathrm{d}^{j-i+1}\,\mathfrak{r}_\alpha}{\mathrm{d}t^{j-i+1}} \frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}t^i} \frac{\partial L}{\partial(\mathrm{d}^{j+1}\mathfrak{r}_\alpha/\mathrm{d}t^{j+1})} - L, \qquad (4)$$

ferner aus der Invarianz gegen räumliche Translation, also $\delta t = 0$ und $\delta_{\mathrm{F}}\mathfrak{r}_\alpha = \delta\mathfrak{r}_\alpha$, der Gesamtimpuls

$$\mathfrak{P} = \sum_{\substack{\alpha=1,n\\ j=0,N-1}} (-1)^j \frac{\mathrm{d}^j}{\mathrm{d}t^j} \frac{\partial L}{\partial(\mathrm{d}^{j+1}\mathfrak{r}_\alpha/\mathrm{d}t^{j+1})} \qquad (5)$$

und schließlich aus der Invarianz gegen räumliche Drehung, also $\delta t = 0$ und $\delta_{\mathrm{F}}\mathfrak{r}_\alpha = [\boldsymbol{\epsilon}, \mathfrak{r}_\alpha]$ der Gesamtdrehimpuls

$$\mathfrak{M} = \sum_{\substack{\alpha=1,n\\ j=0,N-1\\ i=0,j}} (-1)^i \Big[\frac{\mathrm{d}^{j-i}\,\mathfrak{r}_\alpha}{\mathrm{d}t^{j-i}} \frac{\mathrm{d}^i}{\mathrm{d}t^i} \frac{\partial L}{\partial(\mathrm{d}^{j+1}\mathfrak{r}_\alpha/\mathrm{d}t^{j+1})}\Big]. \qquad (6)$$

[1] K. O. Thielheim, Proc. Phys. Soc. London **91**, 798 [1967].